

Le point sur la factorisation



Factoriser une expression revient à transformer une somme en un produit de facteurs .

Quelles sont les méthodes de factorisation ?

1) On cherche un facteur commun

exemple 1 : $A(x) = 4x^2 - 3x$: on reconnaît x comme facteur commun
 $= x(4x - 3)$

exemple 2 : $B(x) = (x+1)(2x+3) - (x+1)^2 - 4(x+1)$
 $= \underline{(x+1)(2x+3)} - \underline{(x+1)^2} - \underline{4(x+1)}$: $(x+1)$ est facteur commun
 Donc $B(x) = \underline{(x+1)}[(2x+3) - (x+1) - 4]$
 $= (x+1)(x-2)$

facile !



Les conseils du prof :

- a, b et c pouvant représenter des parenthèses , on a :

$$ab + ac = a(b + c)$$

$$ab + ac + ad = a(b + c + d)$$

s'il y a n termes dans la forme développée initiale alors il y aura n termes dans la parenthèse

- $ab + a = a(b + 1)$: ne pas oublier le terme 1 dans la parenthèse en développant , on doit retrouver l'expression initiale .

- les écritures suivantes sont égales ou équivalentes :

$$2(x + 1)(x - 3) = (2x + 2)(x - 3) = (x + 1)(2x - 6)$$

on multiplie une seule des deux parenthèses par le facteur 2

On peut faire passer le facteur 2 devant le produit de facteurs



- idem avec le facteur (-1) : $(2x+4)(2-x) = -(2x+4)(x-2) = -(-2x-4)(2-x)$

C'est à dire , en généralisant :

$$-ab = (-a) \times b = a \times (-b)$$

Fiche méthodes

- il se peut que le facteur commun soit "caché" par un facteur réel

exemple : $C(x) = (x-1)^2 + (x+3)(2-2x)$: il n'y a pas de facteur commun apparent
 $= (x-1)^2 - 2(x+3)(x-1)$: on le fait d'abord apparaître
 $= (x-1)[(x-1) - 2(x+3)]$: puis on factorise
 $= (x-1)(-x-7)$: on simplifie



2) On utilise les identités remarquables

rappel des formules :

$$\begin{aligned} \text{pour tous réels } a \text{ et } b : & (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ & (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \\ & (a-b)(a+b) = a^2 - b^2 \end{aligned}$$

exemple 1 : Dans $A(x) = (x+4)^2 - 9x^2$: on utilise l'identité remarquable
 $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$$\begin{aligned} \text{Donc : } A(x) &= (x+4)^2 - (3x)^2 = [(x+4) - (3x)][(x+4) + (3x)] \\ &= (-2x+4)(4x+4) \end{aligned}$$



exemple 2 : Dans $B(x) = x^2 - 9 + 2(x^2 - 6x + 9)$

$$\begin{aligned} B(x) &= (x-3)(x+3) + 2(x-3)^2 && \text{: on utilise identités remarquables} \\ &= (x-3)[(x+3) + 2(x-3)] && \text{et facteur commun} \\ &= (x-3)(3x-3) \end{aligned}$$

3) En cas d'échec des méthodes précédentes, on peut essayer de développer

exemple : $A(x) = (x+2)(x-3) + (x-2)(2x-3)$

On ne reconnaît aucun facteur commun, ni d'identité remarquable.

Alors en dernier recours, on développe l'expression et on obtient après simplification :

$$\begin{aligned} A(x) &= x^2 - 3x + 2x - 6 + 2x^2 - 3x - 4x + 6 \\ &= 3x^2 - 8x && \text{: on peut, ici, factoriser par } x \\ &= x(3x-8) \end{aligned}$$



attention : $(x-2) = -(-x+2)$

par conséquent, on ne peut pas factoriser ici par le facteur $(x+2)$