Fiche méthodes

Comment étudier les variations d'une fonction

Pour déterminer les variations d'une fonction f sur un certain intervalle I ,
il faut , après avoir considérer deux réels a et b quelconques de l'intervalle I ,
tels que $a < b$, comparer $f(a)$ et $f(b)$ (dans la mesure du possible) .

1^{ier} cas : sachant que $a < b$, si $f(a) < f(b)$ alors f est croissante sur I

2^{ieme} cas : sachant que $a < b$, si $f(a) > f(b)$ alors f est décroissante sur I

Exemple : étude des variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4-(x+3)^2$

1) variations de f sur $[-3;+\infty[$

Soit a et b deux réels de $[-3;+\infty[$ tels que :

$-3 \le a < b$

$0 \le a+3 < b+3$

$(a+3)^2 < (b+3)^2$

on ne change pas le signe car deux nombres positifs et leurs carrés sont rangés dans le même ordre

$-(a+3)^2 > -(b+3)^2$

On a multiplié par -1 qui est négatif

$4-(a+3)^2 > 4-(b+3)^2$: on a ajouté 4

$f(a) > f(b)$

f est donc décroissante sur $[-3;+\infty[$

en effet , les réels a et b ne sont pas rangés dans le même ordre que leurs images

2) variations de f sur $]-\infty;-3]$

Soit a et b deux réels de $]-\infty;-3]$ tels que :

$a < b \le -3$

$a+3 < b+3 \le 0$

$(a+3)^2 > (b+3)^2$

on change le signe car deux nombres négatifs et leurs carrés sont rangés dans le sens contraire

$-(a+3)^2 < -(b+3)^2$

$4-(a+3)^2 < 4-(b+3)^2$

$f(a) < f(b)$

f est donc croissante sur $]-\infty;-3]$

en effet , les réels a et b sont rangés dans le même ordre que leurs images